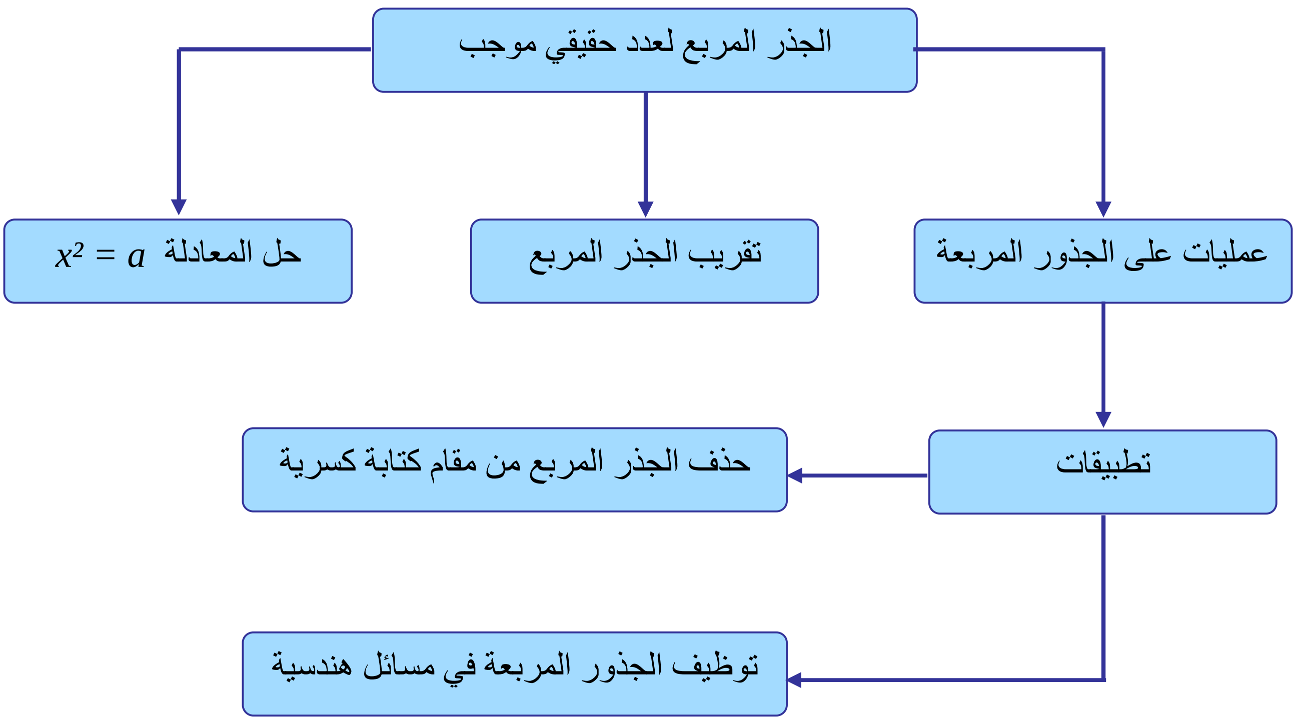
3 الجــذور المربــعة

1. التعلمات الأساسية :

- تعرف الجذر المربع لعدد حقيقي موجب.
- استعمال الخصائص الجبرية للجذور المربعة في الحساب العددي و الحرفي.
- حل المعادلة $x^2 = a$.
- حساب القيم المقربة لجذر مربع.

2. بنية الدرس :



المقطع الأول : الجذر المربع لعدد حقيقي موجب.

تعريف

a عدد حقيقي موجب.

العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a يسمى الجذر المربع للعدد a و يكتب $\sqrt{a}$.

بتعبير آخر:

$\sqrt{a} = b$ يعني $b^2 = a$ و $b \geq 0$

نتيجة :

لكل عدد حقيقي موجب a :

$\sqrt{a^2} = a$ و $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

ملاحظة !

إذا كان a عددا حقيقياَ سالباَ غير منعدم، فإن الكتابة $\sqrt{a}$ لا معنى لها.

أمثلة :

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)^2} = \frac{1}{2} + \sqrt{3}$$

المقطع الثاني: حل المعادلة $x^2 = a$

قاعدة

نعتبر المعادلة $x^2 = a$

إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل.

إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة تقبل حلاً وحيدا هو $x = 0$

إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

مثال :

1) حل المعادلة : $(x-1)^2 = 3$

لدينا : $(x-1)^2 = 3$

يعني : $x-1=\sqrt{3}$ أو $x-1=-\sqrt{3}$

يعني : $x=\sqrt{3}+1$ أو $x=-\sqrt{3}+1$

المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{3}+1$ و $-\sqrt{3}+1$

2) حل المعادلة $3x^2+1=0$

لدينا: $3x^2+1=0$

يعني : $x^2 = -\dfrac{1}{3}$

هذه المعادلة ليس لها حل لأن x^2 موجب مهما كان x .

المقطع الثالث : عمليات على الجذور المربعة.

خاصية 1

إذا كان $a\geq 0$ و $b\geq 0$

فإن $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

مثال :

$$\sqrt{5}\times\sqrt{7}=\sqrt{5\times 7}=\sqrt{35}$$

$$\sqrt{300}=\sqrt{100\times 3}=\sqrt{100}\times\sqrt{3}=10\sqrt{3}$$

نتيجة

إذا كان $a\geq 0$ و $b\geq 0$

فإن : $\sqrt{a^2 b}=a\sqrt{b}$

مثال:

$$\sqrt{5^2\times 7}=5\sqrt{7}$$

$$\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times 3}=3\sqrt{3}$$

انتبه !

لاحظ أن : $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

و $\sqrt{16+9}=\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$

و منه : $\sqrt{16+9}\neq\sqrt{16}+\sqrt{9}$

بصفة عامة

إذا كان a و b عددين حقيقين موجبين غير منعدمين.

فإن : $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

خاصية 2

إذا كان $a\geq 0$ و $b>0$

فإن : $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مثال :

$$\sqrt{\frac{11}{49}}=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{49}}=\frac{\sqrt{11}}{7}$$

$$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{28}{7}}=\sqrt{4}=2$$

خاصية 3

إذا كان $a>0$

فإن : $\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$

مثال :

$$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5} \quad ؛ \quad \frac{-3}{\sqrt{11}}=\frac{-3\sqrt{11}}{11}$$